

Analisi bayesiana, incertezza valutativa ed eterogeneità nelle discipline contabili

Roberto Casarin

Università Ca' Foscari Venezia, Italia

Carlo Marcon

Sustainability Lab, Venice School of Management, Università Ca' Foscari Venezia, Italia

Abstract This paper examines the relationship between Gino Zappa's conception of accounting uncertainty and Bruno de Finetti's subjective probability, showing how their perspectives provide a coherent foundation for Bayesian accounting research. After reconstructing their theoretical contributions, the paper discusses Bayesian inference, hierarchical models and model averaging as tools for representing valuation uncertainty and firm heterogeneity. Finally, it highlights the potential integration of Bayesian methods with artificial intelligence and machine learning in financial and sustainability reporting.

Keywords Bayesian analysis. Accounting. Uncertainty. De Finetti. Zappa.

Sommario 1 Probabilità soggettiva e discipline contabili. – 2 L'analisi bayesiana nelle discipline contabili. – 3 Sviluppi futuri: intelligenza artificiale, machine learning ed analisi bayesiana.

1 Probabilità soggettiva e discipline contabili

L'incertezza nelle misurazioni e nelle previsioni costituisce oggi una dimensione centrale delle discipline aziendali. La crescente rilevanza delle valutazioni prospettiche nei sistemi di reporting finanziario e di sostenibilità, la diffusione di informazioni non direttamente osservabili e l'utilizzo di modelli previsivi sempre più complessi hanno reso necessario lo sviluppo di strumenti capaci non soltanto

di produrre stime, ma anche di rappresentare in modo esplicito il grado di incertezza associato alle valutazioni.

In questo contesto assumono particolare rilievo gli sviluppi della probabilità soggettiva, della teoria delle decisioni e dell'analisi bayesiana, che negli ultimi decenni hanno trovato crescente applicazione nelle discipline contabili, affiancandosi ad altri filoni di ricerca quali l'inferenza causale, il *machine learning* e l'intelligenza artificiale. Tali approcci condividono l'obiettivo di migliorare la qualità dei processi valutativi e decisionali in presenza di informazioni incomplete, eterogeneità tra le imprese e scenari futuri incerti.

L'interesse per questi sviluppi metodologici non nasce tuttavia esclusivamente da esigenze tecniche. Alcuni dei problemi affrontati oggi dall'analisi bayesiana richiamano infatti temi che occupano una posizione centrale nella riflessione economico-aziendale: il ruolo del giudizio nelle valutazioni, la natura congetturale di molte misure contabili, l'eterogeneità dei fenomeni osservati e la necessità di aggiornare continuamente le interpretazioni alla luce di nuove informazioni.

Alla luce di queste considerazioni, appare utile ricostruire il dialogo tra alcuni contributi che, pur sviluppatisi in contesti culturali differenti, convergono nell'attribuire un ruolo centrale all'incertezza e ai processi di apprendimento. In questa prospettiva vengono dapprima richiamate alcune riflessioni di Gino Zappa sull'incertezza valutativa e sulla complessità dei fenomeni aziendali; successivamente si esaminano i contributi di Bruno De Finetti alla probabilità soggettiva e il loro sviluppo nella teoria contabile anglosassone. Tale percorso consente di inquadrare le ragioni per cui l'analisi bayesiana rappresenta oggi uno degli strumenti più promettenti per affrontare i problemi valutativi che caratterizzano le discipline contabili contemporanee.

1.1 Gino Zappa e l'incertezza

Gino Zappa pone le basi del passaggio dalla 'ragioneria' all'«economia aziendale» ed elabora compiutamente la propria impostazione teorica in una serie di opere (Zappa 1943; 1956; 1957a; 1957b). Nella sua costruzione dottrinale emergono riferimenti a elementi centrali per la nostra analisi: la valutazione soggettiva, il grado di probabilità, l'incertezza, il rischio, la complessità e l'eterogeneità.

Per quanto riguarda il metodo di ricerca, come osservano Coronella e Santaniello (2018), in Zappa (1943) si rinvencono chiari riferimenti sia al metodo deduttivo sia a quello induttivo. In tale contesto, Zappa sottolinea come le teorie aziendali tendano spesso a formarsi attraverso processi di generalizzazione costruiti a partire da un numero limitato di osservazioni. In tale scenario, è naturale che

l'elemento della valutazione soggettiva assuma un ruolo rilevante e che l'eventuale estensione delle generalizzazioni a fatti non osservati avvenga necessariamente in termini probabilistici, mediante l'assegnazione di gradi di probabilità:

Spesso, quando si conosce o si ammette una data costituzione elementare di un tutto, dall'indagine assennata di un numero limitato di elementi si possono trarre giudizi su altri elementi che non si sono osservati. Ma le generalizzazioni, non sono, seppure, sicuramente valide che nella misura dei fatti direttamente considerati. Agli altri fatti esse non sono applicabili che con un certo grado di probabilità. (Zappa 1943, 4)

Secondo Zappa, le teorie contabili elaborate sono in continua evoluzione e si può affermare un principio di apprendimento, secondo cui le generalizzazioni fondate sulle osservazioni passate dei fatti aziendali devono essere continuamente riesaminate alla luce delle nuove osservazioni che si accumulano progressivamente. La conoscenza dell'azienda è condizionata da complessità ed eterogeneità, implicando limiti rappresentativi e una componente soggettiva nell'interpretazione. Egli respinge modelli generali, poiché ogni generalizzazione comporta perdita informativa e richiede giudizi probabilistici sui casi non osservati:

La ricca e varia vita delle imprese sarebbe troppo immiserita nelle nostre rilevazioni, se tutta fosse ricondotta ad un tipo, contabile o statistico, nel quale le caratteristiche individuali fossero costrette a dissolversi. Ogni azienda non opera che singolarmente, con intenti propri e con patrimonio ed organismo particolari che la fanno essere sé e non altra. (Zappa 1943, 27)

L'impresa è una realtà in continua evoluzione, determinata dal succedersi dei fatti aziendali e costantemente esposta a perturbazioni generate da eventi accidentali, che ne modificano struttura, funzionamento e risultati nel tempo:

Essa è una vera e propria coordinazione solidale ed autonoma, complessa, costituita da elementi, o meglio da accadimenti, che, sostanziali o accidentali che dir si vogliano, la fanno essere tale e non tal'altra, e che non possono riuscire ignorati da una rilevazione consapevole, da una rilevazione condizionata ossia dai vari atteggiamenti della mutevole realtà. (Zappa 1943, 27)

Per quanto riguarda le misurazioni aziendali, pur facendo riferimento alla statistica aziendale, Zappa non ha mai inquadrato la contabilità in termini di inferenza statistica o di incertezza probabilistica

formalizzata, come avverrà nella moderna teoria contabile, nella teoria delle decisioni e nell'econometria. Tuttavia, egli evidenzia il carattere intrinsecamente incerto delle misurazioni contabili e la loro natura inferenziale e previsionale:

Piena e perfetta oggettività nelle rilevazioni aziendali mal si può raggiungere: varia il grado di incertezza con il mutare dell'oggetto della rilevazione. E inoltre quanto maggiormente le nostre rilevazioni si avvicineranno alla compiutezza, e tanto più esse manifesteranno nuovi problemi, sempre tuttavia abbandonando all'empirismo una somma infinita di ignoto. (Zappa 1943, 24)

In alcuni casi, la valutazione inferenziale è sostituita dalla stima e congettura, come giudizio coerente in condizioni di conoscenza incompleta. La formazione di opinioni e scenari probabilistici mostra affinità con l'approccio bayesiano, poiché può basarsi su giudizi esperti senza dati o calcoli formali. Previsione, giudizio e congettura risultano coerenti con la probabilità soggettiva e le differenze emergono nella formalizzazione a priori, che nel bayesianesimo richiede definizioni esplicite e assiomatiche. La posizione di Zappa è coerente con il contesto privo di strumenti formali; solo in seguito i modelli probabilistici entreranno stabilmente nelle valutazioni. Egli riconosce però l'importanza della statistica aziendale, utile per analizzare rilevazioni extra-contabili, individuare eterogeneità, sequenze e covariazioni, e sintetizzare i dati:

I procedimenti statistici insomma consentono spesso più che non i procedimenti contabili di considerare i fenomeni non solo come di per sé stanti, ma anche come elementi di particolari coordinazioni, nei confronti di altri fenomeni, elementi delle stesse o di altre coordinazioni. (Zappa 1943, 30)

In conclusione, Zappa non sviluppa un'analisi formale dell'informazione contabile in termini di decisioni, probabilità o economia dell'informazione, filoni affermatasi solo dagli anni Sessanta-Settanta nella tradizione anglosassone. Il suo pensiero nasce infatti in un contesto culturale diverso e lontano da quello matematico dei modelli bayesiani. Sebbene non utilizzi un linguaggio probabilistico o formale, la sua nozione di incertezza valutativa è compatibile con l'interpretazione bayesiana successiva. Due aspetti risultano in linea: la concezione non oggettivista e l'approccio costruttivista.

Per quanto riguarda il primo aspetto, il pensiero di Gino Zappa è stato interpretato come fondato su una concezione non-oggettivista della conoscenza economico-aziendale e della misurazione contabile. L'incertezza valutativa implica che taluni valori di bilancio non siano grandezze date, ma stime e congetture basate su ipotesi su

continuità, condizioni future e razionalità del valutatore. Studi storico-metodologici evidenziano come tale impostazione superi una visione meccanica della contabilità, attribuendo centralità al giudizio in condizioni di conoscenza imperfetta e riconoscendo l'indeterminatezza delle misure (Coronella, Santaniello 2018). In questa prospettiva, la contabilità diventa un dispositivo cognitivo che organizza e comunica valutazioni prospettiche.

Relativamente al secondo aspetto, parte della letteratura interpreta Zappa come compatibile con un costruttivismo moderato, in cui i concetti economico-aziendali sono istituzioni cognitive e sociali, non descrizioni neutrali. Il confronto con l'istituzionalismo anglosassone evidenzia come la nozione di istituto e la centralità delle valutazioni anticipino una visione della contabilità come pratica interpretativa (Biondi 2005; Dagnino, Quattrone 2006). Questa lettura richiama il relativismo contabile, che evidenzia l'instabilità tra reddito e teorie dell'impresa per complessità e pluralità valutativa (Zambon, Zan 2000). Tali contributi collocano naturalmente Zappa in una tradizione che vede il valore contabile come costruzione razionale sotto incertezza.

1.2 De Finetti e la probabilità soggettiva

I principali contributi di Bruno De Finetti riguardano la probabilità soggettiva e le sequenze scambiabili, elementi centrali nell'analisi bayesiana. Nello stesso periodo, Kolmogorov (1903-1987) e Lévy (1886-1971) sviluppano la teoria moderna della probabilità, mentre Fisher (1890-1962) contribuisce all'inferenza statistica.¹

Per De Finetti, la probabilità non è una proprietà oggettiva del mondo né una frequenza 'vera' nascosta, ma è un grado di credenza personale, razionalmente coerente, relativo a un evento incerto. In De Finetti (1931, 298), relativamente al significato soggettivo della probabilità, l'autore scrive:

Scopo del presente lavoro è di chiarire e approfondire il significato e il valore psicologico che hanno – prescindendo da ogni loro eventuale possibile interpretazione oggettiva – il concetto di probabilità e i fondamenti della teoria della probabilità, e di provare come questa si possa dedurre e ricostruire con tutto rigore basandosi esclusivamente su tale interpretazione e impostazione psicologica.

1 Per una prospettiva storica su De Finetti si vedano Tiberi 2015; 2016; per i contributi teorici Cifarelli e Regazzini 1996, e per la statistica Pitacco 2014. Fienberg (2006) e McGrayne (2022) offrono una ricostruzione della nascita e diffusione della probabilità soggettiva e dell'analisi bayesiana.

Il fatto che la probabilità sia soggettiva non implica arbitrarietà: il giudizio probabilistico è vincolato da criteri di coerenza logica, che ne garantiscono la razionalità interna e l'uso a fini inferenziali. La probabilità non misura il mondo, ma orienta pensiero e azione in condizioni di incertezza (De Finetti 1970). La coerenza interna è garantita da assiomi e regole logiche per l'aggiornamento delle credenze (De Finetti 1930). Nella visione definettiana della probabilità, viene prima introdotta la nozione di probabilità coerente e, successivamente, le proprietà che tale probabilità soddisfa. La probabilità è coerente se corrisponde alla somma che un soggetto è disposto a pagare per partecipare a una lotteria in cui non vi sia la certezza di una perdita. Questa nozione di probabilità è quella che in De Finetti (1937, 16) viene descritta come la nozione vicina a quella dell'«uomo della strada»:

La notion de probabilité telle que nous l'avons décrite, est sans doute la plus voisine de celle de «l'homme de la rue»; mieux encore, c'est exactement celle qu'il applique tous les jours dans ses jugements pratiques. Pourquoi la Science devrait-elle s'en éloigner?.

De Finetti anticipa quindi l'interpretazione soggettiva della probabilità secondo un grado di credenza soggettivo coerente, anche se non fornisce ancora un quadro teorico decisionale completo. Questa impostazione viene successivamente assiomatizzata da Savage (1954) e resa operativa nell'analisi delle decisioni da Raiffa e Schlaifer (1961). La probabilità coerente nel senso di De Finetti viene quindi costruita utilizzando un numero finito di eventi (di additività), consentendo in un momento successivo l'estensione a un numero infinito di eventi (additività completa o sigma-additività). Cifarelli e Regazzini (1996) evidenziano che, nel quadro definettiano, le probabilità riguardano successioni finite, mentre leggi dei grandi numeri e convergenza derivano da estensioni a eventi infinitari. In ambito contabile, il *fair value* è un esempio di costruzione inferenziale; l'informazione serve a supportare giudizi coerenti. Le strutture probabilistiche, incluse quelle bayesiane, sono quindi strumenti epistemici, non descrizioni oggettive.

La probabilità condizionata e l'aggiornamento delle credenze derivano da coerenza e additività finita. L'inferenza consiste nel modificare le probabilità su eventi osservabili alla luce di nuove evidenze. Il teorema di Bayes emerge come conseguenza logica, fornendo la regola per passare da 'a priori' ad 'a posteriori'. In conclusione, nella concezione di Bruno De Finetti la probabilità è un giudizio soggettivo razionalmente vincolato, espresso numericamente e reso coerente da regole logiche. Essa non misura una realtà oggettiva, e le regole la rendono uno strumento inferenziale per

l'apprendimento in presenza di incertezza che bene si adatta ai problemi di valutazione aziendale secondo la visione di Zappa.

1.3 Teoria contabile e la tradizione anglosassone

La teoria contabile si intreccia con l'economia dell'informazione e la teoria delle decisioni, articolandosi in tre fasi: i) scelta della distribuzione a priori, che riflette le credenze del valutatore; ii) aggiornamento dell'informazione; iii) valutazione degli esiti. Nella prima fase si assegna a ogni stato del mondo una probabilità (distribuzione a priori). Nella seconda, un segnale informativo, come un dato contabile, aggiorna le credenze secondo il teorema di Bayes, producendo una distribuzione a posteriori. Infine, il valore del sistema informativo viene misurato come variazione dell'utilità attesa (o come riduzione della perdita) indotta da quell'aggiornamento. Come osserva Birnberg (1964), la visione soggettivista si adatta all'obiettivo del contabile di supportare le decisioni. Una prima trattazione bayesiana è la monografia di Schlaifer (1959). Elementi di analisi bayesiana emergono successivamente nei lavori di Feltham (1968), Feltham e Demski (1970) e Demski (1972). Feltham (1968) formalizza il valore dell'informazione imperfetta come segnale che trasforma le credenze, con aggiornamento implicito. Feltham e Demski (1970) esplicitano che la valutazione dell'informazione richiede un modello del decisore e un'analisi costi-benefici. Demski e Feltham (1972) applicano questo approccio alle previsioni, viste come distribuzioni probabilistiche valutate tramite funzioni di perdita. In questi lavori, contabilità e previsioni non descrivono il vero, ma generano segnali che aggiornano le credenze, rendendo naturale l'uso di probabilità a priori e a posteriori. Successivamente, Demski (1972) riformula il valore atteso dell'informazione, mentre Feltham (1972) sistematizza l'approccio decisionale. Il ruolo di 'a priori' e 'a posteriori' diventa centrale anche nella teoria dell'agenzia: i report e le misure di performance aggiornano le credenze e influenzano gli incentivi e il rischio. Demski e Feltham (1976) distinguono tra informazione ex-ante, che migliora le decisioni, ed ex-post, usata per valutare input non osservabili. Ne consegue che i sistemi contabili e di reporting non sono valutati per 'accuratezza' ma per la capacità di generare informazioni a posteriori utili a decisioni ottimali e compensi efficienti.²

² Si rinvia a Christensen e Feltham (2003) per le relazioni tra economia dell'informazione, teoria delle decisioni e teorie contabili e a Johnstone (2018) per una visione epistemologica sulla natura bayesiana dei processi di valutazione contabile.

2 L'analisi bayesiana nelle discipline contabili

2.1 Elementi di analisi bayesiana

Attraverso l'integrazione di informazioni a priori, l'approccio bayesiano consente inferenze più precise rispetto all'uso esclusivo dei dati e offre una maggiore coerenza nel processo inferenziale rispetto all'approccio frequentista. Inoltre, l'incertezza valutativa viene misurata esplicitamente tramite distribuzioni a posteriori, un aspetto particolarmente importante nelle applicazioni aziendali con campioni piccoli o rumorosi. Quando, in ambito valutativo, sono disponibili più fonti informative, queste possono essere facilmente integrate mediante la distribuzione a priori. Rispetto all'approccio frequentista, la modellizzazione bayesiana integra la componente frequentista del modello (ad esempio la verosimiglianza) e consente inoltre di modellare sia l'eterogeneità tra le unità di analisi sia i costrutti latenti mediante variabili non osservabili. Ad esempio, consente di ottenere stime di parametri *firm-specific* (es. i coefficienti di sensibilità del reddito alle sue variabili determinanti), di catturare l'eterogeneità tra le imprese (ad esempio in dati *panel*) e di estrarre fattori latenti (es. qualità degli utili, rischio, stati non osservabili). In questa sessione vengono introdotti alcuni concetti fondamentali dell'analisi bayesiana, utili come base teorica per comprenderne l'applicazione nelle discipline contabili. L'obiettivo è fornire gli strumenti concettuali necessari per comprendere come l'analisi bayesiana consenta di strutturare in modo rigoroso e trasparente il processo di aggiornamento delle valutazioni contabili, migliorando la coerenza delle decisioni e rendendo esplicite le ipotesi sottostanti. Data una variabile di interesse per la quale sono disponibili dei campioni indipendenti si assume un modello parametrico rappresentato tramite una distribuzione di probabilità indicizzata da un parametro non noto. La distribuzione congiunta delle osservazioni, che è funzione dei parametri, è detta funzione di verosimiglianza. Nell'impostazione bayesiana, i parametri sono trattati come variabili aleatorie con distribuzione a priori che riflette le credenze del ricercatore. Con dati limitati, l'inferenza è influenzata da tali credenze, che devono essere economicamente plausibili. Nei modelli complessi, l'integrazione dell'informazione extra campionaria riduce il rischio di sovra-adattamento, preservando l'eterogeneità del campione. Nell'approccio bayesiano, le credenze vengono aggiornate applicando il teorema di Bayes, ottenendo la distribuzione a posteriori. Questa distribuzione contiene la funzione di verosimiglianza marginale che riveste un ruolo importante nelle procedure di verifica di ipotesi e di scelta del modello. Nel caso di credenze a priori forti l'apprendimento di nuove informazioni risulta più lento rispetto al caso di credenze deboli.

2.2 L'incertezza dei parametri

Un punto di forza dell'analisi bayesiana è l'inclusione coerente di eterogeneità e incertezza dei parametri nel processo decisionale e valutativo (Schütt 2023; Breuer, Schütt 2023), un risultato che è difficilmente ottenibile con altri metodi fondati sui dati come il *machine learning* o il *deep learning*.³ L'incertezza valutativa è codificata sia tramite le credenze a priori sia tramite quelle aggiornate a posteriori.

Quindi data una variabile di interesse (per esempio gli utili attesi o la qualità degli utili non osservabile) è possibile definire la distribuzione predittiva a priori e quella a posteriori in cui l'incertezza sui parametri (per esempio i coefficienti di sensibilità degli utili ad altre variabili di bilancio) è incorporata nella previsione. L'uso della distribuzione predittiva rende le previsioni più robuste: l'integrazione sui parametri riduce sensibilità e sovra-adattamento. La distribuzione a posteriori propaga l'incertezza, offrendo una rappresentazione probabilistica completa degli esiti futuri. La previsione si allinea all'aggiornamento delle credenze ed estende l'inferenza ai dati non osservati, facilitando il confronto tra modelli e scenari in termini distribuzionali.

La teoria delle decisioni consente di formulare un approccio bayesiano all'inferenza, lo strumento generalmente utilizzato per l'inferenza è la media a posteriori dei possibili valori dei parametri inclusi nel processo valutativo. A tal fine si introducono uno spazio delle decisioni, inteso come l'insieme delle decisioni elementari, e una funzione di perdita, a valori non negativi, che misura la perdita associata alla decisione in corrispondenza del valore del parametro. La distribuzione a posteriori rappresenta l'incertezza sul parametro e permette di scegliere la decisione che minimizza la perdita attesa calcolata rispetto alla distribuzione a posteriori. Se la decisione consiste nel sostituire il valore del parametro con quello ottenuto con una funzione dei dati allora si avrà un problema di stima. Assumendo una funzione quadratica allora si ha che la decisione ottimale, detta stimatore di Bayes, è la media a posteriori. Trattandosi di una media delle possibili realizzazioni del parametro (ad esempio, dei coefficienti di sensibilità degli utili a variabili di bilancio), l'incertezza valutativa viene incorporata nel valore delle stime ottenute dalla procedura di analisi dei dati.

Nella verifica di ipotesi, lo strumento utilizzato è il *Bayes Factor*, che, come sottolineato in diversi studi (Schütt 2023; Kallapur 2025; Derks et al. 2026), presenta diversi vantaggi rispetto al metodo frequentista basato sul rapporto di verosimiglianza, poiché consente

3 Si veda Appelbaum, Kogan, Vasarhelyi 2017 per una discussione più ampia su questo tema.

un confronto tra modelli coerente dal punto di vista inferenziale. A differenza del rapporto di verosimiglianza, che valuta la funzione di verosimiglianza del modello in corrispondenza di specifici valori dei parametri, il *Bayes Factor* integra l'incertezza parametrica considerando l'intera distribuzione a priori e producendo una verosimiglianza marginale, ottenuta come media dei valori che la verosimiglianza del modello assume in corrispondenza di tutti i valori possibili secondo la probabilità a priori. Questo comporta una penalizzazione automatica della complessità del modello, evitando il ricorso a criteri correttivi esterni, e permette il confronto anche tra modelli non annidati. Inoltre, offre un'interpretazione probabilistica diretta dell'evidenza a favore di un modello rispetto a un altro, rendendo il framework bayesiano utile nei contesti in cui l'incertezza e la selezione del modello sono elementi centrali. Per esempio, nell'ambito dei principi contabili internazionali, la logica predittiva bayesiana potrebbe trovare applicazione naturale nella determinazione delle *Expected Credit Losses* previste dall'*International Financial Reporting Standard 9* (IFRS 9). Le stime delle perdite attese richiedono infatti la combinazione di informazioni storiche, dati correnti e scenari macroeconomici futuri, elementi che possono essere integrati coerentemente mediante distribuzioni predittive e procedure di aggiornamento bayesiano. Tale impostazione risulta particolarmente interessante alla luce delle recenti indicazioni della vigilanza bancaria europea, che hanno evidenziato la necessità di considerare esplicitamente i limiti dei modelli utilizzati, i rischi emergenti e l'incertezza associata alle stime prospettiche delle perdite attese.

2.3 L'incertezza del modello

Un'altra fonte di incertezza nelle valutazioni aziendali è dovuta alla scelta del modello di valutazione. Per esempio, in ambito contabile, gli *accruals* rappresentano la componente del risultato economico che non corrisponde a flussi di cassa nel periodo, ma deriva da processi di competenza economica. I modelli di *accruals* (e.g., il modello di Jones e varianti) servono a separare la componente normale legata alle caratteristiche economiche dell'impresa dalle componenti anomale (discrezionali), potenzialmente indicative di processi di *earnings management*. Breuer e Schütt (2023) propongono un'applicazione sistematica dell'inferenza bayesiana ai modelli di *accruals*, con l'obiettivo di migliorare la misurazione e l'interpretazione dell'incertezza nelle stime contabili.

L'incertezza del modello valutativo viene quantificata assumendo che vi siano diversi modelli alternativi e aumentando lo spazio parametrico con un indicatore di modello oggetto di apprendimento

(Hoeting et al. 1999; Steel 2020; Yao et al. 2018). Si assegna inoltre a ogni modello una probabilità a priori e grazie al teorema di Bayes si aggiornano le credenze a priori ottenendo quelle a posteriori. Nelle previsioni si può selezionare il modello migliore, che ha la probabilità a posteriori più alta. Questa procedura, chiamata selezione bayesiana dei modelli (Bayesian Model Selection - BMS), non include l'incertezza di modello nelle previsioni. Invece, la procedura di combinazione bayesiana dei modelli (*Bayesian Model Averaging* - BMA) si ottiene come media ponderata delle previsioni a posteriori dei modelli, risultando robusta all'errore di scelta. All'aumentare delle osservazioni e sotto opportune condizioni, BMA e BMS convergono alla previsione del vero modello. La condizione chiave è la completezza dell'insieme dei modelli; in sua assenza, BMA e BMS non sono consistenti. In tali casi esistono metodi ottimali di combinazione (Yao et al. 2018).

Un ambito nel quale l'incertezza di modello potrebbe assumere particolare rilevanza è rappresentato dalle procedure di *impairment* previste dall'*International Accounting Standard 36* (IAS 36). La determinazione del valore recuperabile richiede infatti ipotesi sui flussi di cassa futuri, sui tassi di crescita e sui tassi di attualizzazione, che possono essere formulate mediante modelli e scenari alternativi. In questo contesto, BMA consente di combinare le valutazioni ottenute da modelli diversi, attribuendo a ciascuno un peso proporzionale alla sua probabilità a posteriori. Il valore recuperabile incorpora così non solo l'incertezza dei parametri, ma anche quella relativa alla scelta del modello. Rispetto all'adozione di una singola specificazione, il BMA produce valutazioni più robuste e coerenti con la natura prospettica e congetturale delle verifiche di *impairment*, rendendo esplicita l'incertezza associata alle stime richieste dallo IAS 36.

Anche nella determinazione delle *Expected Credit Losses* previste dall'IFRS 9, il BMA può trovare applicazione, soprattutto alla luce delle recenti indicazioni della vigilanza bancaria europea (European Central Bank 2024), che hanno evidenziato la necessità di considerare esplicitamente i limiti dei modelli utilizzati per le stime prospettiche delle perdite attese. In questo contesto il BMA fornisce strumenti utili per incorporare formalmente l'incertezza di modello nei processi valutativi (Jakubik, Teleu 2025).

Un altro ambito di applicazione promettente riguarda il *non-financial reporting*. L'analisi bayesiana è già stata applicata con successo alla combinazione di informazioni *Environmental, Social and Governance* (ESG) (Agosto, Cerchiello, Giudici 2025) e alla gestione dell'incertezza di modello nelle proiezioni climatiche (Massoud et al. 2023). Si possono identificare almeno quattro tipi di applicazione nel *non-financial reporting*.

La prima concerne l'utilizzo delle stime di emissioni di gas serra (*Scope 3*). Tali emissioni sono spesso determinate combinando

dati aziendali incompleti, coefficienti di settore e informazioni provenienti dalla catena di fornitura, con elevata incertezza sia parametrica sia di modello. L'approccio bayesiano consentirebbe di integrare informazioni provenienti da fonti diverse e di aggiornare progressivamente le stime alla luce di nuove evidenze. Inoltre, procedure di BMA potrebbero essere utilizzate per aggregare risultati ottenuti mediante metodologie alternative di misurazione, rendendo esplicita l'incertezza associata alle stime delle emissioni.

Un secondo ambito riguarda la rendicontazione dei rischi climatici (*climate risk*) e le valutazioni richieste dagli standard internazionali di sostenibilità. Le analisi prospettiche sono generalmente costruite sulla base di scenari alternativi di transizione energetica e di cambiamento climatico, che generano previsioni differenti sugli effetti economici futuri. In questo contesto, l'incertezza principale è spesso legata alla scelta dello scenario e quindi del modello utilizzato. Le procedure di BMA consentono di combinare le informazioni provenienti da scenari alternativi attribuendo a ciascuno un peso proporzionale alla sua capacità esplicativa, evitando di basare le valutazioni su un unico scenario e incorporando formalmente l'incertezza di modello, così come viene fatto in altre discipline come l'idrologia (Liu, Xia, Zhao 2026).

L'analisi della materialità rappresenta un ulteriore contesto nel quale la determinazione dei temi materiali dipende infatti da informazioni qualitative, giudizi di esperti e valutazioni degli stakeholder, spesso caratterizzate da evidenza empirica limitata. In tale situazione, le distribuzioni a priori consentono di formalizzare le conoscenze disponibili e di aggiornarle progressivamente quando emergono nuove informazioni e di quantificare l'incertezza associata alle valutazioni di materialità.

L'analisi bayesiana può infine trovare applicazione nella valutazione delle performance ESG. Le misure prodotte dai diversi *provider di rating* presentano frequentemente divergenze dovute sia all'utilizzo di indicatori differenti sia a metodologie di valutazione eterogenee. In questo contesto, ciascun *rating* può essere interpretato come un segnale informativo imperfetto riguardante una caratteristica latente dell'impresa. I modelli bayesiani consentono di combinare tali segnali e di stimare una distribuzione a posteriori della performance ESG sottostante, incorporando simultaneamente l'incertezza parametrica e del modello di valutazione in aggiunta all'eterogeneità delle imprese, tema che verrà trattato nella prossima sessione.

2.4 Eterogeneità e a priori gerarchiche

Le a priori gerarchiche sono state utilizzate in diversi ambiti. Kallapur (2025) discute l'utilizzo di modelli bayesiani gerarchici per

stimare parametri contabili eterogenei tra le imprese, affrontando il problema dell'elevata variabilità e dell'imprecisione delle stime ottenute con metodi frequentisti come i minimi quadrati ordinari. L'approccio consente di ridurre l'incertezza parametrica mediante meccanismi di *shrinkage*. Si assume una variabile di interesse per la quale sono disponibili diverse osservazioni campionarie indipendenti rilevate su diverse unità statistiche, per esempio su più aziende. Pur avendo caratteristiche comuni, è lecito assumere che le aziende nel *panel* abbiano anche elementi caratteristici propri. Ciò può essere rappresentato con un modello parametrico in cui alcuni parametri sono comuni a tutte le unità mentre altri parametri sono specifici di ogni unità e catturano l'eterogeneità tra unità. All'aumentare del numero di unità, il modello diventa sempre più complesso; una soluzione è l'uso di priori gerarchiche. Si assume che i parametri specifici siano generati da una distribuzione comune a tutte le unità statistiche e che questa legge sia a sua volta determinata da un parametro non noto da stimare. Le a priori gerarchiche sono state utilizzate in vari ambiti delle discipline contabili. Per esempio, nella revisione contabile, l'obiettivo è verificare se i bilanci siano privi di errori significativi. Poiché l'analisi dell'intera popolazione è troppo costosa, si ricorre al campionamento. Il revisore deve ridurre il rischio di giudizi errati e massimizzare l'efficienza, scegliendo metodi che limitino ulteriori verifiche. Derks et al. (2026) combinano l'inferenza bayesiana e le a priori gerarchiche con il campionamento stratificato di revisione per stimare congiuntamente i tassi di errore negli strati della popolazione di imprese. Rispetto ai metodi frequentisti, questo consente di considerare l'eterogeneità dei tassi di errore, riducendo l'inefficienza di un'analisi completa o per strati con poche osservazioni, e di catturare la dipendenza tra gli errori nei diversi strati, riducendo il rischio di campionamento. Le a priori gerarchiche sono utilizzate anche nell'analisi della qualità degli utili, cruciali per verificare che gli utili riflettano in modo veritiero e corretto le condizioni di equilibrio economico dell'impresa. Du et al. (2020) utilizzano una variabile latente per distinguere processo economico e reporting, misurando persistenza economica e qualità informativa degli utili. L'approccio con priori gerarchica cattura l'eterogeneità, migliorando la precisione delle stime con dati limitati e riducendo l'errore rispetto alle regressioni tradizionali.

3 Sviluppi futuri: intelligenza artificiale, machine learning e analisi bayesiana

La crescente diffusione dell'intelligenza artificiale (IA) e del *machine learning* (ML) sta modificando profondamente i processi di analisi, previsione e supporto alle decisioni nelle discipline contabili. Tecniche

quali reti neurali, *deep learning* e modelli generativi consentono di analizzare grandi quantità di dati e di individuare relazioni complesse che spesso sfuggono ai modelli statistici tradizionali. Parallelamente, la crescente rilevanza delle informazioni prospettiche nei sistemi di reporting finanziario e di sostenibilità, l'emergere dei rischi climatici, la digitalizzazione dei processi economici e il peso crescente degli *asset* immateriali stanno aumentando il grado di incertezza che caratterizza molte valutazioni aziendali. Tuttavia, uno dei principali limiti di questi approcci riguarda la difficoltà di quantificare in modo rigoroso l'incertezza associata alle stime e alle previsioni (Abdar et al. 2021; Wang, Yeung 2020; Gal, Ghahramani 2016). In molti modelli di IA il risultato finale è una previsione puntuale o una classificazione, mentre risulta più complesso valutare il grado di affidabilità della previsione stessa e distinguere tra l'incertezza dovuta ai dati e quella derivante dal modello utilizzato.

In questo contesto, l'integrazione dell'analisi bayesiana con IA (Wang, Yeung 2020; Gal, Ghahramani 2016) e con ML (Blei, Kucukelbir, McAuliffe 2017; Jospin et al. 2022) rappresenta una delle principali frontiere della ricerca metodologica contemporanea. I modelli bayesiani consentono infatti di incorporare esplicitamente l'incertezza nei parametri e nelle previsioni, mentre le tecniche ML offrono elevata flessibilità nella rappresentazione di relazioni non lineari e strutture complesse dei dati. Negli ultimi anni si è sviluppata una vasta letteratura sui cosiddetti *Bayesian Neural Networks* e, più in generale, sul *Bayesian Deep Learning*, nei quali i parametri delle reti neurali vengono trattati come variabili aleatorie e l'incertezza è propagata attraverso l'intero processo inferenziale. Tali sviluppi appaiono particolarmente promettenti nelle applicazioni contabili e finanziarie caratterizzate da dati eterogenei, elevata dimensionalità e forte incertezza prospettica.

Un ulteriore ambito di sviluppo riguarda la combinazione di modelli tradizionali, IA e ML attraverso modelli bayesiani attribuendo alle previsioni generate un peso determinato dalla performance previsiva di ciascun approccio. In questo modo è possibile integrare modelli economico-contabili tradizionali, caratterizzati da maggiore interpretabilità teorica, con modelli di *machine learning* e *deep learning*, spesso più efficaci sul piano predittivo. Tali metodologie consentono di incorporare formalmente l'incertezza di modello e di ottenere risultati più robusti sia nelle attività di previsione sia nei problemi inferenziali (Yao et al. 2018).

In una prospettiva più ampia, l'approccio bayesiano appare particolarmente adatto ad affrontare alcune delle principali trasformazioni che interessano oggi l'economia e la società. Le valutazioni richieste dai principi contabili internazionali, la crescente diffusione del *sustainability reporting*, l'analisi dei rischi climatici, la misurazione delle performance ESG e l'utilizzo di dati

non strutturati rendono infatti sempre più centrale il problema della rappresentazione dell'incertezza nei processi decisionali e valutativi. In tali contesti, l'informazione contabile non può più essere interpretata esclusivamente come una misurazione della realtà aziendale, ma come un insieme di segnali che consentono di aggiornare aspettative e valutazioni alla luce di nuove evidenze.

Sotto questo profilo, alcune intuizioni fondamentali di Gino Zappa conservano una significativa attualità. La centralità attribuita all'incertezza valutativa, alla complessità dei fenomeni aziendali, all'eterogeneità delle imprese e alla natura necessariamente incompleta della conoscenza economico-aziendale trova oggi nuove possibilità di formalizzazione attraverso la probabilità soggettiva, l'analisi bayesiana e le più recenti applicazioni dell'intelligenza artificiale. Le prospettive aperte dall'integrazione di tali approcci non riguardano soltanto lo sviluppo di nuove metodologie di ricerca, ma riflettono trasformazioni più profonde della realtà economica contemporanea, nella quale la capacità di interpretare, aggiornare e comunicare valutazioni in condizioni di incertezza appare destinata ad assumere un ruolo sempre più centrale.

Bibliografia

- Abdar, M.; Pourpanah, F.; Hussain, S.; Rezazadegan, D.; Liu, L.; Ghavamzadeh, M.; Fieguth, P.; Cao, X.; Khosravi, A.; Acharya, U.R.; Makarenkov, V.; Nahavandi, S. (2021). «A Review of Uncertainty Quantification in Deep Learning: Techniques, Applications and Challenges». *Information Fusion*, 76, 243-97. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2021.05.008>.
- Agosto, A.; Cerchiello, P.; Giudici, P. (2025). «Bayesian Learning Models to Measure the Relative Impact of ESG Factors on Credit Ratings». *International Journal of Data Science and Analytics*, 20(2), 357-68. <https://doi.org/10.1007/s41060-23-00405-9>.
- Appelbaum, D.; Kogan, A.; Vasarhelyi, M.A. (2017). «Big Data and Analytics in the Modern Audit Engagement: Research Needs». *Auditing: A Journal of Practice & Theory*, 36(4), 1-27. <https://doi.org/10.2308/ajpt-51684>.
- Biondi, Y. (2005). «G. Zappa, T. Veblen, J.R. Commons e l'impresa come istituzione economica». *Storia del Pensiero Economico*, 1, 95-118.
- Birnberg, J.G. (1964). «Bayesian Statistics: A Review». *Journal of Accounting Research*, 2(1), 108-16.
- Blei, D.M.; Kucukelbir, A.; McAuliffe, J.D. (2017). «Variational Inference: A Review for Statisticians». *Journal of the American Statistical Association*, 112(518), 859-77. <https://doi.org/10.1080/01621459.2017.1285773>.
- Breuer, M.; Schütt, H.H. (2023). «Accounting for Uncertainty: An Application of Bayesian Methods to Accruals Models». *Review of Accounting Studies*, 28, 726-68. <https://doi.org/10.1007/s11142-021-09654-0>.
- Christensen, P.O.; Feltham, G.A. (2003). «Decision-Facilitating Information». *Economics of Accounting*, vol. 1. Boston: Springer. Springer Series in Accounting Scholarship. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1133-5_3.

- Cifarelli, D.M.; Regazzini, E. (1996). «De Finetti's Contribution to Probability and Statistics». *Statistical Science*, 11(4), 253-82. <https://doi.org/10.1214/ss/1032280303>.
- Coronella, S.; Santaniello, L. (2018). «Gino Zappa: il fondatore dell'Economia Aziendale». Billio, M.; Coronella, S.; Mio, C.; Sostero, U. (a cura di), *Le discipline economiche e aziendali nei 150 anni di storia di Ca' Foscari*. Venezia: Edizioni Ca' Foscari, 161-82. <https://doi.org/10.30687/978-88-6969-255-0/006>.
- Dagnino, G.B.; Quattrone, P. (2006). «Comparing Institutionalisms: Gino Zappa and John R. Commons' Accounts of 'Institution' as a Groundwork for a Constructivist View». *Journal of Management History*, 12(1), 36-52. <https://doi.org/10.1108/13552520610638265>.
- De Finetti, B. (1930). «Fondamenti logici del ragionamento probabilistico». *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, 9, dicembre. Bologna: Zanichelli.
- De Finetti, B. (1931). «Sul significato soggettivo della probabilità». *Fundamenta Mathematicae*, 17(1), 298-329.
- De Finetti, B. (1937). «La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives». *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7(1), 1-68.
- De Finetti, B. (1970). *Theory of Probability: A Critical Introductory Treatment*. New York: John Wiley & Sons.
- Demski, J.S. (1972). «Information Improvement Bounds». *Journal of Accounting Research*, 10(1), 58-76.
- Demski, J.S.; Feltham, G.A. (1972). «Forecast Evaluation». *The Accounting Review*, 47, 533-48. <https://doi.org/10.2308/tar-4503173>.
- Demski, J.S.; Feltham, G.A. (1976). *Cost Determination: A Conceptual Approach*. Ames (IA): Iowa State University Press.
- Derks, K.; Mensink, L.; de Swart, J.; Wagenmakers, E.-J.; Wetzels, R. (2026). «Increasing Efficiency in Stratified Audit Sampling via Bayesian Hierarchical Modelling». *International Journal of Auditing*. https://doi.org/10.31234/osf.io/tgq5z_v2.
- Du, K.; Huddart, S.; Xue, L.; Zhang, Y. (2020). «Using a Hidden Markov Model to Measure Earnings Quality». *Journal of Accounting and Economics*, 69, 2(3). <https://doi.org/10.1016/j.jacceco.2019.101281>.
- European Central Bank (2024). *IFRS 9 Overlays and Model Improvements for Novel Risks: Identifying Best Practices for Capturing Novel Risks in Loan Loss Provisions*. Frankfurt am Main: European Central Bank, Banking Supervision. <https://doi.org/10.2866/034127>.
- Feltham, G.A. (1968). «The Value of Information». *The Accounting Review*, 43(4), 684-96.
- Feltham, G.A. (1972). *Information Evaluation*. Sarasota, FL: American Accounting Association. Studies in Accounting Research 5.
- Feltham, G.A.; Demski, J.S. (1970). «The Use of Models in Information Evaluation». *The Accounting Review*, 45(October), 623-40. <https://doi.org/10.2308/tar-4493670>.
- Fienberg, S.E. (2006). «When Did Bayesian Inference Become 'Bayesian'?». *Bayesian Analysis*, 1(1), 1-40. <https://doi.org/10.1214/06-ba101>.
- Gal, Y.; Ghahramani, Z. (2016). «Dropout as a Bayesian Approximation: Representing Model Uncertainty in Deep Learning». *Proceedings of the 33rd International Conference on Machine Learning (ICML)*, 1050-9.
- Hoeting, J.A.; Madigan, D.; Raftery, A.E.; Volinsky, C.T. (1999). «Bayesian Model Averaging: A Tutorial». *Statistical Science*, 14(4), 382-417. <https://doi.org/10.1214/ss/1009212814>.
- Jakubik, P.; Teleu, S. (2025). «Improving Credit Risk Assessment in Uncertain Times: Insights from IFRS 9». *Risks*, 13(2), 38. <https://doi.org/10.3390/risks13020038>.

- Johnstone, D. (2018). «Accounting Theory as a Bayesian Discipline». *Foundations and Trends in Accounting*, 13(1-2), 1-266. <https://doi.org/10.1561/14000000056>.
- Jospin, L.V.; Buntine, W.; Boussaid, F.; Laga, H.; Bennamoun, M. (2022). «Hands-On Bayesian Neural Networks – A Tutorial for Deep Learning Users». *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 17(2), 29-48. <https://doi.org/10.1109/mci.2022.3155327>.
- Kallapur, S. (2025). «Accounting Research as Bayesian Inference to the Best Explanation». *Accounting, Economics, and Law: A Convivium*, 15(1), 51-79. <https://doi.org/10.1515/acl-2021-0083>.
- Liu, S.; Xia, J.; Zhao, Q. (2026). «Projecting Future Exposure to Compound Precipitation and Wind Extremes Using Copula Methods with Bayesian Model Averaging». *Journal of Hydrology*. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2026.135074>.
- Massoud, E.C.; Lee, H.K.; Terando, A.; Wehner, M.F. (2023). «Bayesian Weighting of Climate Models Based on Climate Sensitivity». *Communications Earth & Environment*, 4(1), 365. <https://doi.org/10.1038/s43247-023-01009-8>.
- McGrayne, S.B. (2022). *La teoria che non voleva morire. Come la formula di Bayes ha decifrato il codice Enigma, ha dato la caccia ai sottomarini russi ed è emersa trionfante da due secoli di controversie*. Milano: FrancoAngeli.
- Pitacco, E. (2014). «De Finetti, Bruno (1906-1985): His Life and Contributions to Statistics». Balakrishnan, N.; Colton, T.; Everitt, B.; Piegorsch, W.; Ruggeri, F.; Teugels, J.L. (eds), *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online*. <https://doi.org/10.1002/9781118445112.stat04437>.
- Raiffa, H.; Schlaifer, R.O. (1961). *Applied Statistical Decision Theory*. Boston: Harvard University Press.
- Savage, L.J. (1954). *The Foundations of Statistics*. New York: Wiley.
- Schlaifer, R.O. (1959). *Probability and Statistics for Business Decisions: An Introduction to Managerial Economics under Uncertainty*. New York: McGraw-Hill. <https://doi.org/10.1080/01621459.1959.11683603>.
- Schütt, H.H. (2023). «What Can Bayesian Inference Do for Accounting Research?». *Journal of Financial Reporting*, 8(2), 157-74. <https://doi.org/10.2308/jfr-2021-002>.
- Steel, M.F.J. (2020). «Model Averaging and Its Use in Economics». *Journal of Economic Literature*, 58(3), 644-719. <https://doi.org/10.1257/jel.20191385>.
- Tiberi, M. (2015). *Bruno de Finetti. Un matematico tra utopia e riformismo*. Roma: Ediesse.
- Tiberi, M. (2016). «Il profilo di un intellettuale erasmiano». *Riflessioni sull'opera di Bruno de Finetti. Probabilità, economia, società* = Atti del convegno (Roma, 6 aprile 2016).
- Wang, H.; Yeung, D.-Y. (2020). «A Survey on Bayesian Deep Learning». *ACM Computing Surveys*, 53(5), 1-37. <https://doi.org/10.1145/3409383>.
- Yao, Y.; Vehtari, A.; Simpson, D.; Gelman, A. (2018). «Using Stacking to Average Bayesian Predictive Distributions (with Discussion)». *Bayesian Analysis*, 13(3), 917-1007. <https://doi.org/10.1214/17-ba1091>.
- Zambon, S.; Zan, L. (2000). «Accounting Relativism: The Unstable Relationship between Income Measurement and Theories of the Firm». *Accounting, Organizations and Society*, 25(8), 799-822. [https://doi.org/10.1016/s0361-3682\(98\)00035-x](https://doi.org/10.1016/s0361-3682(98)00035-x).
- Zappa, G. (1943). *Il reddito di impresa. Scritture doppie, conti e bilanci di aziende commerciali*. 2a ristampa. Milano: Giuffrè.
- Zappa, G. (1956). *Le produzioni nell'economia delle imprese*, vol. 1. Milano: Giuffrè.
- Zappa, G. (1957a). *Le produzioni nell'economia delle imprese*, vol. 2. Milano: Giuffrè.
- Zappa, G. (1957b). *Le produzioni nell'economia delle imprese*, vol. 3. Milano: Giuffrè.

